

ePub^{WU} Institutional Repository

Erwin Eszler

Das Gesamtrisiko des Versicherers aus dem individuellen moralischen Risiko: Definition - Analyse - Quantifizierung / The Insurer's Total Risk from the Individual Moral Risk: Definition - Analysis - Quantification

Other (Accepted for Publication)

Original Citation:

Eszler, Erwin (2018) *Das Gesamtrisiko des Versicherers aus dem individuellen moralischen Risiko: Definition - Analyse - Quantifizierung / The Insurer's Total Risk from the Individual Moral Risk: Definition - Analysis - Quantification.*

This version is available at: <http://epub.wu.ac.at/5966/>

Available in ePub^{WU}: January 2018

ePub^{WU}, the institutional repository of the WU Vienna University of Economics and Business, is provided by the University Library and the IT-Services. The aim is to enable open access to the scholarly output of the WU.

This document is the version accepted for publication and — in case of peer review — incorporates referee comments.

ao. Univ.-Prof. Dr. Erwin Eszler

**Das Gesamtrisiko des Versicherers
aus dem individuellen moralischen Risiko:
Definition - Analyse - Quantifizierung**

Nr. 8 der
„Wiener Beiträge zur Betriebswirtschaftlichen Versicherungswissenschaft“
(WrBtrgBwVersWiss)

Wirtschaftsuniversität Wien, 8. Jänner 2018

Das Gesamtrisiko des Versicherers

aus dem individuellen moralischen Risiko:

Definition - Analyse - Quantifizierung

Inhalt

1. Einleitung, Zielsetzung und Methodik	3
2. Definition des „Gesamtrisikos des Versicherers aus dem moralisches Risiko“	5
3. Analyse des „Gesamtrisikos des Versicherers aus dem moralisches Risiko“	7
3.1. Erwartungswert $E(X_{i,0})$ der Schäden („Schaderwartungswert“).....	7
3.2. Erwartungswert $E(Y_{i,0})$ bzw. $E(Y_{i,1})$ der Entschädigungen („Entschädigungserwartungswert“) und α -Wirkung des moralischen Risikos	7
3.3. Erwartungswert $E(Y_{i,2})$ der gestellten Entschädigungsforderungen und β - Wirkung des moralischen Risikos.....	22
3.4. Erwartungswert $E(Y_{i,3})$ der anerkannten Entschädigungsforderungen und γ - Wirkungen der Maßnahmen des Versicherers	24
3.5. Erwartungswert $E(Y_{i,\Delta})$ der im Zusammenhang mit bestimmten Ausprägungen des moralischen Risikos abgelehnten Entschädigungsforderungen	26
3.6. Erwartungswert $E(Z_i)$ der Aufwendungen zur Aufdeckung und Abwehr der im Zusammenhang mit bestimmten Ausprägungen des moralischen Risikos ungerechtfertigten Entschädigungsforderungen	27
3.7. Erwartungswert $E(G_i)$ des durch Schadensmeldungen bedingten Gesamtaufwandes des Versicherers aus dem Risiko i	29
3.8. Erwartungswert $E(D_i)$ der durch das individuelle moralische Risiko bedingten erhöhten Aufwendungen des Versicherers	29
4. Quantifizierung des „Gesamtrisikos des Versicherers aus dem moralischen Risiko“ anhand eines Berechnungsbeispiels mit weiteren Differenzierungen	31
4.1. Ausgangssituation	31
4.2. α -Wirkung des moralischen Risikos	33
4.3. β -Wirkung des moralischen Risikos	35
4.4. γ -Wirkungen der Maßnahmen des Versicherers	37
4.5. Aufwendungen des Versicherers für Aufdeckung und Abwehr.....	42
4.6. Gesamtrisiko des Versicherers	45
4.7. Differenz aufgrund des moralischen Risikos	47
5. Zusammenfassung, Beschränkungen und Erweiterungen	49

1. Einleitung, Zielsetzung und Methodik

In der versicherungswissenschaftlichen Literatur ist der Begriff des „moralischen Risikos“ seit langem bekannt und in Verwendung. Eine umfassende Beschreibung gibt Dieter Farny (Versicherungsbetriebslehre, 5. Aufl., Karlsruhe 2011, S. 32 f.): *„In einem engen versicherungswirtschaftlichen Zusammenhang .. versteht man darunter eine bewußte oder unbewußte Verhaltensweise von Versicherungsnehmern oder anderer vom Versicherungsschutz begünstigter Personen, Anzahl und Höhe der Versicherungsansprüche von der Existenz der Versicherung abhängig zu machen bzw. bei Änderungen von Versicherungsschutz oder Prämien das Anspruchsverhalten zu ändern. Es besteht ein Rückkoppelungseffekt derart, daß die vorhandene Versicherung Ansprüche erst auslöst, verstärkt oder vergrößert. Die beschriebene Verhaltensweise reicht von der in einer Marktwirtschaft durchaus zweckmäßigen Optimierung von Preis-Leistungs-Relationen aus Versicherungsgeschäften bis zu betrügerischen Manipulationen zu Lasten des Versicherers.“*

Solche Begriffsfassungen stellen also auf anzahlmäßig bzw. betragsmäßig erhöhte Entschädigungsforderungen von Versicherungsnehmern ab. Diese sind versicherungsbetriebswirtschaftlich allerdings nur ein Teil der durch das moralische Risiko bedingten erhöhten Belastungen, denen der Versicherer ausgesetzt ist. Hinzu kommen durch das moralische Risiko verursachte Aufwendungen zu Aufdeckung von ungerechtfertigten Ansprüchen und in weiterer Folge Aufwendungen zur Abwehr derselben bei Aufdeckung.

Im vorliegenden Beitrag soll nun unter Miteinbeziehung dieser zusätzlichen Aufwendungen das individuelle „Gesamtrisiko“, wie es sich aus dem versicherten *Einzelrisiko* ergibt, definiert, unter Einbeziehung des zugrundeliegenden moralischen Risikos (auch diesbezüglich sollen hier Differenzierungen in mehrfacher Hinsicht erfolgen) formal analysiert (hierfür wird ein eigenes Analyseinstrumentarium entwickelt) und auf der Grundlage von Wahrscheinlichkeitsverteilungen quantifiziert werden.

Nicht berücksichtigt werden daher Aufwendungen, die generell für alle Risiken vom Versicherer – oder auch von Verbänden von Versicherern - getroffen werden, um ungerechtfertigte Ansprüche hintanzuhalten, etwa allgemeine kommunikationspolitische Maßnahmen (Kampagnen) gegen Versicherungsbetrug, Entwicklung und Implementierung von Programmen zur

elektronischen Aufdeckung von ungerechtfertigten Entschädigungsforderungen (die Rechenzeit zur Prüfung einer einzelnen Entschädigungsforderung würde allerdings etwa wieder zu den im Folgenden zu berücksichtigenden Aufwendungen zählen) etc.

Die Definition, die formale Analyse und die Quantifizierung erfolgen auf Basis von mathematischen *Erwartungswerten* als Kenngrößen von Zufallsvariablen und deren Wahrscheinlichkeitsverteilungen, mit denen Risiken üblicherweise quantitativ dargestellt werden.

2. Definition des „Gesamtrisikos des Versicherers aus dem moralischen Risiko“

Das Gesamtrisiko des Versicherers aus dem moralischen Risiko wird hier folgendermaßen definiert:

„Risiko, dass sich der Erwartungswert der durch Entschädigungsforderungen bedingten Aufwendungen des Versicherers aus einem versicherten Risiko deswegen erhöht, weil sich der Erwartungswert der Entschädigungsforderungen aus dem versicherten Risiko aufgrund des Versicherungsvertrages erhöht.“

Im Hinblick auf ein bestimmtes, zugrundeliegendes versichertes Risiko kann das beschriebene Phänomen der Erhöhung des Erwartungswertes der Aufwendungen auftreten, es muss aber nicht; oder es kann stärker oder weniger stark auftreten. Diese Ungewissheit wird mit „Risiko“ zum Ausdruck gebracht. „Risiko“ wird dabei als Möglichkeit von - aus der Sicht des Versicherers - ungünstigen Abweichungen vom Planerwartungswert verstanden (vgl. hierzu etwa Farny, D.: a. a. O., S. 27) und weiters formal wie in entscheidungstheoretischen Kontexten als „Wahrscheinlichkeitsverteilung von Ergebnissen einer Handlung“ (vgl. hierzu etwa Farny, D.: a. a. O., S. 26). Wenn hier Risiko als „Wahrscheinlichkeitsverteilung von Handlungsergebnissen“ aufgefasst wird, dann sollte dieser *theoretischen* Konzeption nicht entgegenstehen, dass in der Praxis im vorliegenden Kontext solche Wahrscheinlichkeitsverteilungen mit den entsprechenden Erwartungswerten wohl kaum ermittelt werden können. Denn eine „Wahrscheinlichkeitsverteilung von Handlungsergebnissen“ – hier wäre die „Handlung“ (in entscheidungstheoretischem Kontext genauer: die „Handlungsalternative“ oder „Aktion“) der Abschluss eines bestimmten Versicherungsvertrages seitens des Versicherers und die möglichen, wahrscheinlichkeitsverteilten „Handlungsergebnisse“ wären dann die durch Entschädigungsforderungen bedingten Aufwendungen des Versicherers - setzt genauere Informationen über Ausprägungen und Wahrscheinlichkeiten voraus. Und diese sind im Hinblick auf das moralische Risiko in der Praxis als nicht - oder zumindest als nicht hinreichend - vorhanden anzunehmen. Dies insbesondere auch deswegen, weil ja etwa Schadensereignisse, die herbeigeführt wurden, oder Schadensausmaße, die erhöht wurden, oder auch überhöht gemeldete Schadensausmaße wohl nur in einem Teil der Fälle erkannt werden und nur diese

dann in eine statische Aufbereitung zur Ermittlung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen eingehen können.

Die Analyse und Quantifizierung erfolgen nun also Schritt für Schritt über die dem Gesamtrisiko zugrundeliegenden Zufallsvariablen bzw. deren Wahrscheinlichkeitsverteilungen und Erwartungswerte.

3. Analyse des „Gesamtrisikos des Versicherers aus dem moralischen Risiko“

3.1. Erwartungswert $E(X_{i,0})$ der Schäden („Schadenerwartungswert“)

Dem Abschluss des Versicherungsvertrages liegt zunächst ein bestimmtes (objektives) Risiko i des primären Risikoträger und Versicherungsnehmers mit einer Wahrscheinlichkeitsverteilung von vom primären Risikoträger und Versicherungsnehmer erlitten Schäden – ausgedrückt durch die Zufallsvariable $X_{i,0}$ mit einem bestimmten mathematischen *Schadenerwartungswert* $E(X_{i,0})$ für den primären Risikoträger und Versicherungsnehmer - zugrunde.

3.2. Erwartungswert $E(Y_{i,0})$ bzw. $E(Y_{i,1})$ der Entschädigungen („Entschädigungserwartungswert“) und α -Wirkung des moralischen Risikos

Da es aufgrund von bestimmten Versicherungsformen (vgl. hierzu etwa Farny, D.: a. a. O., S. 399-403) mit Summenbegrenzungen, Selbstbehalten oder durch Unterversicherung dazu kommen kann, dass die vom primären Risikoträger und Versicherungsnehmer erlittenen Schäden betragsmäßig nicht zur Gänze versichert bzw. gedeckt sind, kann die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen der versicherten und gedeckten Schäden $Y_{i,0}$ von der ursprünglichen Schaden-Wahrscheinlichkeitsverteilung abweichen und somit der *Entschädigungserwartungswert* $E(Y_{i,0})$ niedriger als der Schadenerwartungswert sein: $E(Y_{i,0}) \leq E(X_{i,0})$. Die Variable v_0 mit $0 \leq v_0 \leq 1$ gebe das Verhältnis von Entschädigungserwartungswert zu Scha-

denerwartungswert an und entspricht dem, was im Hinblick auf einzelne Schäden als „Intensität des Versicherungsschutzes“ bezeichnet wird (vgl. hierzu etwa Farny, D.: a. a. O., S. 399 f.):

$$v_0 = \frac{E(Y_{i,0})}{E(X_{i,0})} \quad \text{bzw.} \quad E(Y_{i,0}) = v_0 \cdot E(X_{i,0}) \quad \text{mit } 0 \leq v_0 \leq 1$$

Wegen des moralischen Risikos kann sich nun das zugrundeliegende Risiko $X_{i,0}$ zu $X_{i,1}$ erhöhen mit einem höheren Schadenerwartungswert $E(X_{i,1})$, also $E(X_{i,0}) \leq E(X_{i,1})$. Die prozentuelle Auswirkung des moralischen Risikos auf den Schadenerwartungswert werde mit α_s bezeichnet:

$$E(X_{i,1}) = E(X_0) \cdot (1 + \alpha_s) \quad \text{mit } \alpha_s \geq 0$$

Nun ist zu fragen, ob und gegebenenfalls wie es damit auch zu einer Änderung des Entschädigungserwartungswertes von $E(Y_{i,0})$ zu $E(Y_{i,1})$ kommt. Hier können nach Versicherungsformen etwa folgende Fälle (Auswahl) unterschieden werden, wobei hier vorerst noch angenommen wird, dass es zu keiner Leistungskürzung seitens des Versicherers aufgrund von Handlungen kommt, die dem moralischen Risiko zuzurechnen sind:

(I) Moralisches Risiko (α -Wirkung) und unbegrenzte Interessenversicherung

Wenn von der Versicherungsform her eine sogenannte *unbegrenzte Interessenversicherung* vorliegt, dann heißt das, dass alle Einzelschäden betragsmäßig unbegrenzt jeweils zur Gänze gedeckt sind, somit der Entschädigungserwartungswert gleich dem Schadenerwartungswert ist $E(Y_{i,0}) = E(X_{i,0})$ und $v_0 = 1$. Eine Erhöhung des Schadenerwartungswertes aufgrund des moralischen Risikos wirkt sich voll auf den Entschädigungserwartungswert aus $E(Y_{i,1}) = v_1 \cdot E(X_{i,1})$ mit $v_1 = 1$, also $E(Y_{i,1}) = E(X_{i,1})$, und das Verhältnis von Entschädigungserwartungswert zu Schadenerwartungswert ist vor (v_0) und nach (v_1) Berücksichtigung des moralischen Risikos gleich ($v_1 = v_0 = 1$):

$$v_0 = \frac{E(Y_{i,0})}{E(X_{i,0})} = 1, \quad v_1 = \frac{E(Y_{i,1})}{E(X_{i,1})} = 1, \quad v_0 = v_1 = 1$$

Und auch die Auswirkungen des moralischen Risikos auf den Schadenerwartungswert einerseits (α_s) und auf den Entschädigungserwartungswert (α_e) andererseits sind gleich:

$$\frac{E(X_{i,1})}{E(X_{i,0})} = (1 + \alpha_s), \quad \frac{E(Y_{i,1})}{E(Y_{i,0})} = (1 + \alpha_e),$$

und aus $E(Y_{i,1})=E(X_{i,1})$ und $E(Y_{i,0})=E(X_{i,0})$ folgt

$$\alpha_s = \alpha_e$$

Ein zahlenmäßiges Beispiel möge dies veranschaulichen:

Ein Risiko $X_{i,0}$ mit der (der Einfachheit halber: diskreten) Schaden-Wahrscheinlichkeitsverteilung wie in Tabelle 1 sei gegeben (Beträge z. B. in EUR 1.000,-):

$X_{i,0}$ Schäden vor Berücksichtigung des moralischen Risikos	
Beträge	Wahrscheinlichkeiten
$x_{i,0}$	$p(x_{i,0})$
0	0,94
10	0,03
30	0,02
50	0,01

Tabelle 1: Wahrscheinlichkeitsverteilung der Schäden aus dem Risiko i vor Berücksichtigung des moralischen Risikos (Berechnungsbeispiel)

Der Schadenerwartungswert beträgt dann

$$E(X_{i,0}) = 0 \cdot 0,94 + 10 \cdot 0,03 + 30 \cdot 0,02 + 50 \cdot 0,01 = 1,4$$

Nehmen wir an, aufgrund des moralischen Risikos erhöhen sich die möglichen Schadensausmaße um 20 % und die Schadeneintrittswahrscheinlichkeiten um 10 %. Dann ergibt sich für das nunmehrige Risiko $X_{i,1}$ die Wahrscheinlichkeitsverteilung gemäß Tabelle 2.

$X_{i,1}$ Schäden nach Berücksichtigung des moralischen Risikos			
Beträge		Wahrscheinlichkeiten	
$[X_{i,0} \rightarrow]$	$x_{i,1}$	$[p(x_{i,0}) \rightarrow]$	$p(x_{i,1})$
$[0 \rightarrow]$	0	$[0,94 \rightarrow]$	0,934
$[10 \rightarrow]$	12	$[0,03 \rightarrow]$	0,033
$[30 \rightarrow]$	36	$[0,02 \rightarrow]$	0,022
$[50 \rightarrow]$	60	$[0,01 \rightarrow]$	0,011

Tabelle 2: Wahrscheinlichkeitsverteilung der Schäden aus dem Risiko i nach Berücksichtigung des moralischen Risikos (Berechnungsbeispiel)

Der Schadenerwartungswert nach Berücksichtigung des moralischen Risikos ist dann

$$E(X_{i,1}) = 0 \cdot 0,934 + 12 \cdot 0,033 + 36 \cdot 0,022 + 60 \cdot 0,011 = 1,848$$

Die Auswirkung α_s des moralischen Risikos auf die Schadenerwartungswerte beträgt somit

$$\frac{E(X_{i,1})}{E(X_{i,0})} = \frac{1,848}{1,4} = 1,32 = (1 + \alpha_s) \quad \text{und} \quad \alpha_s = 0,32$$

Da auch alle aufgrund des moralischen Risikos betragsmäßig höheren Schäden, die nun auch mit höherer Eintrittswahrscheinlichkeit eintreten, gemäß der hier zugrundeliegenden Versicherungsform voll gedeckt sind, entspricht hier der Entschädigungserwartungswert dem erhöhten Schadenerwartungswert:

$$E(Y_{i,1}) = E(X_{i,1}) = 1,848$$

Die Auswirkung α_e des moralischen Risikos auf die Entschädigungserwartungswerte kann quantifiziert werden über

$$\frac{E(Y_{i,1})}{E(Y_{i,0})} = \frac{E(X_{i,1})}{E(X_{i,0})} = \frac{1,848}{1,4} = (1 + \alpha_e) = 1,32 \quad \text{und } \alpha_e = 0,32$$

Somit ergibt sich also - wie oben allgemein beschrieben - auch für diese konkrete unbegrenzte Interessenversicherung in der Quantifizierung der Auswirkung des moralischen Risikos $\alpha_s = \alpha_e$, hier betragsmäßig mit $\alpha_s = 0,32$, $\alpha_e = 0,32$.

(II) Moralisches Risiko (α -Wirkung) und Vollwertversicherung

Nehmen wird unter denselben Ausgangsbedingungen und für das selbe versicherte Risiko und das selbe moralische Risiko wie bei (I) nun von der Versicherungsform her eine *Vollwertversicherung* an. Zusätzlich sei der versicherte Wert (Versicherungswert) mit 100 gegeben. Hier sind zwei Fälle zu unterscheiden:

Fall a: Die Versicherungssumme sei ebenfalls 100. Dann liegt Vollversicherung im Rahmen der Vollwertversicherung vor und alle Schäden sowohl gemäß der Wahrscheinlichkeitsverteilung des ursprünglichen versicherten Risikos $X_{i,0}$ wie auch alle Schäden des versicherten Risikos nach Berücksichtigung des moralischen Risikos $X_{i,1}$ sind voll gedeckt und die Verhältnisse stellen sich so wie oben bei der unbegrenzten Interessenversicherung dar.

Fall b: Die Versicherungssumme sei nun 60. Dann liegt Unterversicherung im Rahmen der Vollwertversicherung vor und alle Schäden sowohl gemäß der Wahrscheinlichkeitsverteilung des ursprünglichen versicherten Risikos $X_{i,0}$ wie auch des alle Schäden des versicherten Risikos nach Berücksichtigung des moralischen Risikos $X_{i,1}$ sind nur im Verhältnis von Versicherungssumme (60) zu Versicherungswert (100), also zu 60 %, gedeckt, vgl. die sich nun ergebende Wahrscheinlichkeitsverteilung in Tabelle 3.

Y _{i,0} Entschädigungen vor Berücksichtigung des moralischen Risikos			
Beträge		Wahrscheinlichkeiten	
[x _{i,0} →]	y _i	[p(x _{i,0}) →]	p(y _{i,0})
[0 →]	0	[0,94 →]	0,94
[10 →]	6	[0,03 →]	0,03
[30 →]	18	[0,02 →]	0,02
[50 →]	30	[0,01 →]	0,01

Tabelle 3: Wahrscheinlichkeitsverteilung der Entschädigungen aus dem Risiko i vor Berücksichtigung des moralischen Risikos bei Vollwertversicherung im Falle der Unterversicherung (Berechnungsbeispiel)

Entschädigungserwartungswert vor Berücksichtigung des moralischen Risikos:

$$E(Y_{i,0}) = 0 \cdot 0,94 + 6 \cdot 0,03 + 18 \cdot 0,02 + 30 \cdot 0,01 = 0,84$$

Aus einem Vergleich von Entschädigungserwartungswert und Schadenerwartungswert (siehe oben bei I) vor Berücksichtigung des moralischen Risikos ergibt sich in diesem Fall für v_0 genau die Intensität des Versicherungsschutzes:

$$v_0 = \frac{E(Y_{i,0})}{E(X_{i,0})} = \frac{0,84}{1,4} = 0,6$$

Nach Berücksichtigung des moralischen Risikos ergibt sich die Entschädigungswahrscheinlichkeitsverteilung wie in Tabelle 4 dargestellt.

$Y_{i,1}$ Entschädigungen nach Berücksichtigung des moralischen Risikos			
Beträge		Wahrscheinlichkeiten	
$[x_{i,0} \rightarrow x_{i,1} \rightarrow]$	$y_{i,1}$	$[p(x_{i,0}) \rightarrow p(x_{i,1}) \rightarrow]$	$p(y_{i,1})$
$[0 \rightarrow 0 \rightarrow]$	0	$[0,94 \rightarrow 0,934 \rightarrow]$	0,934
$[10 \rightarrow 12 \rightarrow]$	7,2	$[0,03 \rightarrow 0,033 \rightarrow]$	0,033
$[30 \rightarrow 36 \rightarrow]$	21,6	$[0,02 \rightarrow 0,022 \rightarrow]$	0,022
$[50 \rightarrow 60 \rightarrow]$	36	$[0,01 \rightarrow 0,011 \rightarrow]$	0,011

Tabelle 4: Wahrscheinlichkeitsverteilung der Entschädigungen aus dem Risiko i nach Berücksichtigung des moralischen Risikos bei Vollwertversicherung im Falle der Unterversicherung (Berechnungsbeispiel)

Entschädigungserwartungswert nach Berücksichtigung des moralischen Risikos:

$$E(Y_{i,1}) = 0 \cdot 0,934 + 7,2 \cdot 0,033 + 21,6 \cdot 0,022 + 36 \cdot 0,011 = 1,1088$$

Aus einem Vergleich von Entschädigungserwartungswert und Schadenerwartungswert (siehe oben bei I) nach Berücksichtigung des moralischen Risikos ergibt sich hier ebenfalls

$$v_1 = \frac{E(Y_{i,1})}{E(X_{i,1})} = \frac{1,1088}{1,848} = 0,6$$

Das Verhältnis Entschädigungserwartungswert zu Schadenerwartungswert hat sich also vor und nach Berücksichtigung des moralischen Risikos nicht geändert: $v_1 = v_0$, hier konkret betragsmäßig $v_0 = 0,6$ und $v_1 = 0,6$.

Aufgrund der strengen Proportionalität in der Vollwertversicherung – die ja auch „Verhältnisversicherung“ genannt wird – ist die prozentuelle Auswirkung des moralischen Risikos bei den Entschädigungserwartungswerten (α_e) genau so groß wie bei den Schadenerwartungswerten (α_s , siehe auch schon oben):

$$\frac{E(X_{i,1})}{E(X_{i,0})} = \frac{1,848}{1,4} = 1,32 = (1 + \alpha_s) \quad \text{und} \quad \alpha_s = 0,32$$

$$\frac{E(Y_{i,1})}{E(Y_{i,0})} = \frac{1,1088}{0,84} = (1 + \alpha_e) = 1,32 \quad \text{und} \quad \alpha_e = 0,32$$

Somit also $\alpha_e = \alpha_s$.

(III) Moralisches Risiko (α -Wirkung) und Erstrisikoversicherung

Nehmen wird unter denselben Ausgangsbedingungen und für das selbe versicherte Risiko und das selbe moralische Risiko wie bei (I) nun von der Versicherungsform her eine *Erstrisikoversicherung* mit einer Versicherungssumme von 35 an:

Für das versicherte Risiko ergibt sich vor Berücksichtigung des moralischen Risikos die in Tabelle 5 angeführte Entschädigungswahrscheinlichkeitsverteilung.

Y _{i,0} Entschädigungen vor Berücksichtigung des moralischen Risikos			
Beträge		Wahrscheinlichkeiten	
[x _{i,0} →]	y _{i,0}	[p(x _{i,0} →)]	p(y _{i,0})
[0→]	0	[0,94→]	0,94
[10→]	10	[0,03→]	0,03
[30→]	30	[0,02→]	0,02
[50→]	35	[0,01→]	0,01

Tabelle 5: Wahrscheinlichkeitsverteilung der Entschädigungen aus dem Risiko i vor Berücksichtigung des moralischen Risikos bei Erstrisikoversicherung (Berechnungsbeispiel)

Entschädigungserwartungswert vor Berücksichtigung des moralischen Risikos:

$$E(Y_{i,0}) = 0 \cdot 0,94 + 10 \cdot 0,03 + 30 \cdot 0,02 + 35 \cdot 0,01 = 1,25$$

Aus einem Vergleich von Entschädigungserwartungswert und Schadenerwartungswert (siehe oben) vor Berücksichtigung des moralischen Risikos ergibt sich:

$$v_0 = \frac{E(Y_{i,0})}{E(X_{i,0})} = \frac{1,25}{1,4} = 0,892857..$$

Nach Berücksichtigung des moralischen Risikos und der Versicherungsform ergibt sich die Entschädigungswahrscheinlichkeitsverteilung gemäß Tabelle 6.

Y _{i,1} Entschädigungen nach Berücksichtigung des moralischen Risikos					
Beträge			Wahrscheinlichkeiten		
[X _{i,0} →X _{i,1} →]	y _{i,1}		[p(x _{i,0})→p(x _{i,1})→]	p(y _{i,1})	
[0→0→]	0		[0,94→0,934→]	0,934	
[10→12→]	12		[0,03→0,033→]	0,033	
[30→36→]	[35→]	35	[0,02→0,022→]	[0,022→]	0,033
[50→60→]	[35→]		[0,01→0,011→]	[0,011→]	

Tabelle 6: Wahrscheinlichkeitsverteilung der Entschädigungen aus dem Risiko i nach Berücksichtigung des moralischen Risikos bei Erstrisikoversicherung (Berechnungsbeispiel)

Entschädigungserwartungswert nach Berücksichtigung des moralischen Risikos:

$$E(Y_{i,1}) = 0 * 0,934 + 12 * 0,033 + 35 * 0,033 = 1,551$$

Aus einem Vergleich von Entschädigungserwartungswert und Schadenerwartungswert (siehe oben) nach Berücksichtigung des moralischen Risikos ergibt sich:

$$v_1 = \frac{E(Y_{i,1})}{E(X_{i,1})} = \frac{1,551}{1,848} = 0,839285..$$

Das Verhältnis Entschädigungserwartungswert zu Schadenerwartungswert – also die erwartungswertmäßige Intensität - hat sich nun also nach Berücksichtigung des moralischen Risikos geändert: $v_1 \neq v_0$, hier konkret nämlich $v_1 < v_0$, es hat sich betragsmäßig von $v_0 = 0,892857..$ auf $v_1 = 0,839285..$ verringert.

Das resultiert aus der geringeren Auswirkung des moralischen Risikos bei den Entschädigungserwartungswerten (α_e) im Vergleich zu jener bei den Schadenerwartungswerten (α_s , siehe auch schon oben):

$$\frac{E(X_{i,1})}{E(X_{i,0})} = \frac{1,848}{1,4} = 1,32 = (1 + \alpha_s) \quad \text{und} \quad \alpha_s = 0,32$$

$$\frac{E(Y_{i,1})}{E(Y_{i,0})} = \frac{1,551}{1,25} = 1,2408 = (1 + \alpha_e) \quad \text{und} \quad \alpha_e = 0,2408$$

Somit also $\alpha_e < \alpha_s$.

Wenn allerdings (hypothetisch in einem alternativen Berechnungsbeispiel) vor und nach Berücksichtigung des moralischen Risikos alle Schadensbeträge unter der Versicherungssumme liegen würden (was in unserem Berechnungsbeispiel nicht der Fall war), dann sind jeweils alle Schäden voll gedeckt und es gilt $E(Y_{i,0}) = E(X_{i,0})$ und $E(Y_{i,1}) = E(X_{i,1})$ und daher sind die erwartungswertmäßigen Intensitäten jeweils 1:

$$v_0 = \frac{E(Y_{i,0})}{E(X_{i,0})} = 1 \quad \text{und} \quad v_1 = \frac{E(Y_{i,1})}{E(X_{i,1})} = 1 \quad \text{und somit} \quad v_0 = v_1$$

und weiter

$$\frac{E(X_{i,1})}{E(X_{i,0})} = (1 + \alpha_s) = \frac{E(Y_{i,1})}{E(Y_{i,0})} = (1 + \alpha_e) \quad \text{und somit} \quad \alpha_s = \alpha_e$$

(IV) Moralisches Risiko (α -Wirkung) und Integralfranchise

Nehmen wird unter denselben Ausgangsbedingungen und für das selbe versicherte Risiko und das selbe moralische Risiko wie bei (I) nun von der Versicherungsform her noch eine *unbegrenzte Interessenversicherung* mit einer *Integralfranchise* von 35 an. Dann sind alle Schäden bis 35 nicht gedeckt, übersteigt ein Schaden diese Grenze, dann ist er voll gedeckt. Für das Risiko vor Berücksichtigung des moralischen Risikos ergibt sich somit die in Tabelle 7 dargestellte Wahrscheinlichkeitsverteilung.

$Y_{i,0}$					
Entschädigungen					
vor Berücksichtigung des moralischen Risikos					
Beträge			Wahrscheinlichkeiten		
$[X_{i,0} \rightarrow]$	$y_{i,0}$		$[p(X_{i,0}) \rightarrow]$	$p(y_{i,0})$	
$[0 \rightarrow]$	$[0 \rightarrow]$	0	$[0,94 \rightarrow]$	$[0,94 \rightarrow]$	0,99
$[10 \rightarrow]$	$[0 \rightarrow]$		$[0,03 \rightarrow]$	$[0,03 \rightarrow]$	
$[30 \rightarrow]$	$[0 \rightarrow]$		$[0,02 \rightarrow]$	$[0,02 \rightarrow]$	
$[50 \rightarrow]$	50		$[0,01 \rightarrow]$	0,01	

Tabelle 7: Wahrscheinlichkeitsverteilung der Entschädigungen aus dem Risiko i vor Berücksichtigung des moralischen Risikos bei unbegrenzter Interessenversicherung mit Integralfranchise (Berechnungsbeispiel)

Entschädigungserwartungswert vor Berücksichtigung des moralischen Risikos:

$$E(Y_{i,0}) = 0 \cdot 0,99 + 50 \cdot 0,01 = 0,5$$

Aus einem Vergleich von Entschädigungserwartungswert und Schadenerwartungswert (siehe oben) vor Berücksichtigung des moralischen Risikos ergibt sich

$$v_0 = \frac{E(Y_{i,0})}{E(X_{i,0})} = \frac{0,5}{1,4} = 0,357142..$$

Nach Berücksichtigung des moralischen Risikos ergibt sich die in Tabelle 8 angeführte Entschädigungswahrscheinlichkeitsverteilung.

Y _{i,1} Entschädigungen nach Berücksichtigung des moralischen Risikos					
Beträge			Wahrscheinlichkeiten		
[x _{i,0} → x _{i,1} →]	y _{i,1}		[p(x _{i,0}) → p(x _{i,1}) →]	p(y _{i,1})	
[0 → 0 →]	[0 →]	0	[0,94 → 0,934 →]	[0,934 →]	0,967
[10 → 12 →]	[0 →]		[0,03 → 0,033 →]	[0,033 →]	
[30 → 36 →]	36		[0,02 → 0,022 →]	0,022	
[50 → 60 →]	60		[0,01 → 0,011 →]	0,011	

Tabelle 8: Wahrscheinlichkeitsverteilung der Entschädigungen aus dem Risiko i nach Berücksichtigung des moralischen Risikos bei unbegrenzter Interessenversicherung mit Integralfranchise (Berechnungsbeispiel)

Entschädigungserwartungswert nach Berücksichtigung des moralischen Risikos:

$$E(Y_{i,1}) = 0 * 0,967 + 36 * 0,022 + 60 * 0,011 = 1,452$$

Aus einem Vergleich von Entschädigungserwartungswert und Schadenerwartungswert (siehe oben bei I) nach Berücksichtigung des moralischen Risikos ergibt sich

$$v_1 = \frac{E(Y_{i,1})}{E(X_{i,1})} = \frac{1,452}{1,848} = 0,785714..$$

Vergleicht man nun $v_0 = 0,357142..$ mit $v_1 = 0,784714..$, dann ist festzustellen $v_0 < v_1$.

Dass $v_0 < v_1$ resultiert aus der stärkeren Auswirkung des moralischen Risikos bei den Entschädigungserwartungswerten (α_e) im Vergleich zu jener bei den Schadenerwartungswerten (α_s , siehe auch schon oben):

$$\frac{E(X_{i,1})}{E(X_{i,0})} = \frac{1,848}{1,4} = 1,32 = (1 + \alpha_s) \quad \text{und} \quad \alpha_s = 0,32$$

$$\frac{E(Y_{i,1})}{E(Y_{i,0})} = \frac{1,452}{0,5} = (1 + \alpha_e) = 2,904 \quad \text{und} \quad \alpha_e = 1,904$$

Somit also $\alpha_s < \alpha_e$.

Spezialfall:

Die obigen Zusammenhänge gelten nur, wenn aufgrund des moralischen Risikos bei mindestens einem möglichen Schaden die Franchisegrenze übersprungen wird. Wenn das nicht der Fall ist – wenn also alle bisherigen möglichen Schäden unter der Franchisegrenze auch nach Berücksichtigung des moralischen Risikos unter der Franchisegrenze bleiben –, dann hat hier nun eine weitere Analyse zu erfolgen:

$E(X_{i,0,\leq FB})$ bzw. $E(X_{i,1,\leq FB})$ bezeichnen den Erwartungswert der Schäden vor bzw. nach Berücksichtigung des moralischen Risikos, die die Franchisebetrag nicht übersteigen; $E(X_{i,0,> FB})$ bzw. $E(X_{i,1,> FB})$ bezeichnen den Erwartungswert der Schäden vor bzw. nach Berücksichtigung des moralischen Risikos, die den Franchisebetrag übersteigen; annahmegemäß sind hier alle $x_{i,0,\leq FB}$ auch $x_{i,1,\leq FB}$; dass alle $x_{i,0,> FB}$ auch $x_{i,1,> FB}$ sind, ergibt sich aus der Definition des moralischen Risikos („Erhöhung“). Es gilt $E(X_{i,0,\leq FB}) + E(X_{i,0,> FB}) = E(X_{i,0})$ sowie $E(X_{i,1,\leq FB}) + E(X_{i,1,> FB}) = E(X_{i,1})$

$E(Y_{i,0,\leq FB})$ bzw. $E(Y_{i,1,\leq FB})$ bezeichnen den Erwartungswert der Entschädigungen vor bzw. nach Berücksichtigung des moralischen Risikos, für Schäden $x_{i,0,\leq FB}$ bzw. $x_{i,1,\leq FB}$, die den Franchisebetrag nicht übersteigen; $E(Y_{i,0,> FB})$ bzw. $E(Y_{i,1,> FB})$ bezeichnen den Erwartungswert der Entschädigungen vor bzw. nach Berücksichtigung des moralischen Risikos für Schäden $x_{i,0,> FB}$ bzw. $x_{i,1,> FB}$, die die Franchisebetrag übersteigen, Es gilt $E(Y_{i,0,\leq FB}) + E(Y_{i,0,> FB}) = E(Y_{i,0})$ sowie $E(Y_{i,1,\leq FB}) + E(Y_{i,1,> FB}) = E(Y_{i,1})$.

Aus der obigen Annahme und der zugrundeliegenden Versicherungsform ist abzuleiten

$$E(Y_{i,0,\leq FB}) = 0 \quad \text{und} \quad E(Y_{i,1,\leq FB}) = 0$$

und von daher gilt

$$E(Y_{i,0,>FB})=E(Y_{i,0}) \quad \text{und} \quad E(Y_{i,1,>FB})=E(Y_{i,1})$$

Weiters gilt

$$E(Y_{i,0,>FB})=E(X_{i,0,>FB}) \quad \text{und} \quad E(Y_{i,1,>FB})=E(X_{i,1,>FB})$$

Für die erwartungswertmäßigen Intensitäten ergibt sich dann

$$v_0 = \frac{E(Y_{i,0})}{E(X_{i,0})} = \frac{E(Y_{i,0,>FB})}{E(X_{i,0,\leq FB}) + E(X_{i,0,>FB})} = \frac{E(X_{i,0,>FB})}{E(X_{i,0,\leq FB}) + E(X_{i,0,>FB})}$$

bzw.

$$v_1 = \frac{E(Y_{i,1})}{E(X_{i,1})} = \frac{E(Y_{i,1,>FB})}{E(X_{i,1,\leq FB}) + E(X_{i,1,>FB})} = \frac{E(X_{i,1,>FB})}{E(X_{i,1,\leq FB}) + E(X_{i,1,>FB})}$$

Als Ergebnis kann somit für diesen Spezialfall (der in der folgenden Übersicht wegen $v_0=v_1$ oder $v_0>v_1$ oder $v_0<v_1$ nicht berücksichtigt ist) allgemein festgehalten werden: Die erwartungswertmäßige Intensität stellt sich vor bzw. nach Berücksichtigung des moralischen Risikos als Verhältnis des Erwartungswertes der Schäden über dem Franchisebetrag zum Erwartungswert aller Schäden dar.

(V) Zusammenfassung und Übersicht: moralisches Risiko (α -Wirkung) und Entschädigungen bei verschiedenen Versicherungsformen

Überlegungen wie oben ließen sich dann auch noch für verschiedene andere Formen von Selbstbehalten, also etwa für absolute und relative Abzugsfranchisen, auch in Kombination mit Erstrisiko- und Vollwertversicherung anstellen, sowie auch für andere Versicherungsformen wie die Bruchteilversicherung.

Festzuhalten ist, dass sich das moralische Risiko in unterschiedlicher Weise auf die Erhöhung der Entschädigungserwartungswerte im Vergleich zur Erhöhung der Schadenerwartungswerte auswirken kann. Es kann sich proportional weniger stark ($\alpha_s > \alpha_e$), gleich stark ($\alpha_s = \alpha_e$) oder stärker ($\alpha_s < \alpha_e$) auswirken.

Tabelle 9 zeigt allgemein die verschiedenen Kombinationsmöglichkeiten und dann die Einordnung ausgewählter Konstellationen, die oben näher exemplarisch dargestellt wurden (es kann also diesbezüglich kein Anspruch auf Vollständigkeit erhoben werden):

$\frac{E(X_{i,1})}{E(X_{i,0})} = (1 + \alpha_s)$ $\frac{E(Y_{i,1})}{E(Y_{i,0})} = (1 + \alpha_e)$	$v_0 = \frac{E(Y_{i,0})}{E(X_{i,0})} \quad v_1 = \frac{E(Y_{i,1})}{E(X_{i,1})}$		
	$v_0 > v_1$	$v_0 = v_1$	$v_0 < v_1$
$\alpha_s > \alpha_e$	Erstrisiko-Versicherung, wenn mindestens ein $x_{i,0} \leq VS$ zu $x_{i,1} > VS$ wird		
$\alpha_s = \alpha_e$		$v_0 = 1, v_1 = 1$: # Unbegrenzte Interessenversicherung # Vollwertversicherung, $VW \leq VS$ # Erstrisikoversicherung, wenn $x_{i,0max} \leq VS, x_{i,1max} \leq VS$ # Unbegrenzte Interessenversicherung mit Integralfranchise, wenn alle $x_{i,0} > FB$ und alle $x_{i,1} > FB$	
		$v_0 = 0, v_1 = 0$: # Unbegrenzte Interessenversicherung mit Integralfranchise, wenn alle $x_{i,0} \leq FB$ und alle $x_{i,1} \leq FB$	
		$v_0 < 1, v_1 < 1$: # Vollwertversicherung, $VW > VS$	
$\alpha_s < \alpha_e$			unbegrenzte Interessenversicherung mit Integralfranchise, wenn mindestens ein $x_{i,0} \leq FB$ ZU $x_{i,1} > FB$ wird

Tabelle 9: Ausprägungen und Kombinationen von erwartungsmäßigen Intensitäten (v_0, v_1) und Verhältnissen der α -Wirkungen des moralischen Risikos bei Schäden (α_s) und Entschädigungen (α_e) bei ausgewählten Versicherungsformen; Abkürzungen: VS=Versicherungssumme; VW=Versicherungswert, FB=Franchisebetrag (absolut); $x_{i,0max}$ =maximaler Schaden aus dem Risiko i vor Berücksichtigung des moralischen Risikos; $x_{i,1max}$ =maximaler Schaden aus dem Risiko i nach Berücksichtigung des moralischen Risikos

3.3. Erwartungswert $E(Y_{i,2})$ der gestellten Entschädigungsforderungen und β -Wirkung des moralischen Risikos

Bisher wurde nur das zugrundeliegende Risiko an sich als Zufallsvariable der Schäden X_i bzw. als Zufallsvariable der Entschädigungen Y_i - jeweils vor ($X_{i,0}$ bzw. $Y_{i,0}$) und nach ($X_{i,1}$ bzw. $Y_{i,1}$) Berücksichtigung des moralischen Risikos - betrachtet. Nun gehen wir einen Schritt weiter und beziehen ein aufgrund des moralischen Risikos geändertes Schadensmeldeverhalten des Versicherungsnehmers mit ein, sodass es auch deswegen zu höheren Entschädigungsforderungen seitens des Versicherungsnehmers kommen kann. (Irrtümlich seitens des Versicherungsnehmers gestellte Entschädigungsforderungen, die ohnehin nicht zu einer Entschädigung geführt hätten, weil die gemeldeten Schäden überhaupt nicht von der Versicherung umfasst sind, sind in den folgenden Betrachtungen nicht weiter berücksichtigt. Weiters wird angenommen, dass mindestens alle Schäden aus $X_{i,1}$ auch tatsächlich gemeldet werden.)

Diese höheren gemeldeten Schäden bedeuten, dass sich die Zufallsvariablen der Schäden $X_{i,0}$ bzw. $X_{i,1}$ zur *Zufallsvariablen der gemeldeten Schäden* $X_{i,2}$ verändert haben.

Diese Wirkung des moralischen Risikos werde mit β_s bezeichnet und für den *Erwartungswert der gemeldeten Schäden* $E(X_{i,2})$ gilt dann:

$$E(X_{i,2}) = E(X_{i,1}) \cdot (1 + \beta_s) = E(X_{i,0}) \cdot (1 + \alpha_s) \cdot (1 + \beta_s) \quad \text{mit } \alpha_s \geq 0 \text{ und } \beta_s \geq 0$$

Im Zuge dessen ändert sich auch die Zufallsvariable der Entschädigungen von $Y_{i,0}$ bzw. $Y_{i,1}$ zur *Zufallsvariablen der Entschädigungsforderungen* $Y_{i,2}$. Diese Wirkung des moralischen Risikos werde mit β_e bezeichnet und für den *Erwartungswert der Entschädigungsforderungen* gilt dann:

$$E(Y_{i,2}) = E(Y_{i,1}) \cdot (1 + \beta_e) = E(Y_{i,0}) \cdot (1 + \alpha_e) \cdot (1 + \beta_e) \quad \text{mit } \alpha_e \geq 0 \text{ und } \beta_e \geq 0$$

Zu beachten ist, dass die Verhältnisse in den drei Stufen, also

$$v_0 = \frac{E(Y_{i,0})}{E(X_{i,0})} \quad \text{bzw.} \quad v_1 = \frac{E(Y_{i,1})}{E(X_{i,1})} \quad \text{bzw.} \quad v_2 = \frac{E(Y_{i,2})}{E(X_{i,2})}$$

aufgrund des Einflusses der zugrundeliegenden Versicherungsform jeweils unterschiedlich sein können. Analysen für das Verhältnis von v_2 und v_1 können analog zu den obigen Darstellungen zu v_0 und v_1 (siehe Tabelle 9 der Konstellationen) erfolgen.

Es sind nun insgesamt unter Berücksichtigung dessen, was bereits oben bei „Entschädigungserwartungswert“ abgehandelt wurde, hinsichtlich des Erwartungswertes der Entschädigungsforderungen drei Kombinationen möglich:

(I) Es gibt *nur* eine α -Wirkung des moralischen Risikos auf den Erwartungswert der Entschädigungsforderungen:

$$E(Y_{i,2})=E(Y_{i,0}).(1+\alpha_e).(1+\beta_e) \quad \text{mit } \alpha_e>0 \text{ und } \beta_e=0$$

(II) Es gibt *nur* eine β -Wirkung des moralischen Risikos auf den Erwartungswert der Entschädigungsforderungen:

$$E(Y_{i,2})=E(Y_{i,0}).(1+\alpha_e).(1+\beta_e) \quad \text{mit } \alpha_e=0 \text{ und } \beta_e>0$$

Es kann sein, dass sich, auch ohne dass sich der zugrundeliegende Schadenerwartungs- bzw. Entschädigungswert ändern - also $E(X_{i,0})=E(X_{i,1})$ bzw. $E(Y_{i,0})=E(Y_{i,1})$ und somit $\alpha_s=0$ bzw. $\alpha_e=0$ -, nur das Schadensmelde- bzw. Anspruchsverhalten des Versicherungsnehmers aufgrund des moralischen Risikos verändert und lediglich dadurch sich Erwartungswert der gemeldeten Schäden von $E(X_{i,0})$ auf $E(X_{i,2})$ bzw. sich der Erwartungswert der Entschädigungsforderungen von $E(Y_{i,0})$ auf $E(Y_{i,2})$ erhöht (etwa durch unrichtige Darstellung von Ereignissen, um Versicherungsleistungen zu erhalten; Einreichung überhöhter Rechnungen etc.).

(III) Es gibt *sowohl* eine α -Wirkung *wie auch* eine β -Wirkung des moralischen Risikos auf den Erwartungswert der Entschädigungsforderungen:

$$E(Y_{i,2})=E(Y_{i,0}).(1+\alpha_e).(1+\beta_e) \quad \text{mit } \alpha_e>0 \text{ und } \beta_e>0$$

Es kann also sein, dass sich aufgrund des Abschlusses des Versicherungsvertrages sowohl der objektive Schadenerwartungs- bzw. der Entschädigungserwartungswert ändern und dann auch

das Schadensmelde- bzw. Entschädigungsforderungsverhalten (das dann gleichsam auf die bereits veränderte Risikosituation „aufsetzt“).

Analysen zum Zusammenhang der β -Wirkung (alleine oder zusammen mit der α -Wirkung) des moralischen Risikos und den jeweils zugrundeliegenden Versicherungsformen können analog zu den oben bei der α -Wirkung durchgeführten Analysen vorgenommen werden, was jedoch an dieser Stelle nicht mehr erfolgen soll.

3.4. Erwartungswert $E(Y_{i,3})$ der anerkannten Entschädigungsforderungen und γ -Wirkungen der Maßnahmen des Versicherers

Aufgrund von Maßnahmen des Versicherers zur Aufdeckung und Ablehnung von ungerechtfertigten Entschädigungsforderungen kann es sein, dass die aufgrund des moralischen Risikos anzahlmäßig und/oder betragsmäßig erhöhten Entschädigungsforderungen des Versicherungsnehmers zu einem mehr oder weniger großen Teil (das, was eben aufgedeckt wird und zu einer Ablehnung führt) nicht oder nicht in voller Höhe anerkannt werden. (Aus Vereinfachungsgründen werden für die folgenden Überlegungen zwei Annahmen getroffen: (a) *Alle* oben beschriebenen Wirkungen des moralischen Risikos führen zu *ungerechtfertigten und ablehnbaren* Entschädigungsforderungen – was ja in der Realität nicht immer der Fall ist, z. B. im Hinblick Fahrlässigkeit in der Haftpflichtversicherung -; (b) diese Entschädigungsforderungen werden bei Aufdeckung auch tatsächlich abgelehnt. – Im konkreten Rechenbeispiel zur Quantifizierung im Abschnitt 4 werden diese vereinfachenden Annahmen aufgegeben und entsprechende Differenzierungen gezeigt werden.)

Aus der Zufallsvariablen der Entschädigungsforderungen $Y_{i,2}$ wird dadurch die *Zufallsvariable der anerkannten Entschädigungsforderungen* $Y_{i,3}$.

Die Wirkungen der Maßnahmen des Versicherers auf die entsprechenden Erwartungswerte werde mit γ_e zum Ausdruck gebracht:

$$E(Y_{i,3})=E(Y_{i,2}).(1+\gamma_e)=E(Y_{i,0}).(1+\alpha_e).(1+\beta_e).(1+\gamma_e) \quad \text{mit } \alpha_e \geq 0 \text{ und } \beta_e \geq 0$$

Für die Werte, die dabei γ_e annehmen kann, betrachten wir die zwei Extremfälle:

(I) Der Versicherer kann keinen der ungerechtfertigten Entschädigungsforderungen aufdecken und ihn daher auch nicht ablehnen; das heißt, dass in diesem Fall gilt

$$E(Y_{i,3})=E(Y_{i,2}) \quad \text{oder auch} \quad \frac{E(Y_{i,3})}{E(Y_{i,2})} = 1$$

und wegen

$$E(Y_{i,3})=E(Y_{i,2}).(1+\gamma_e) \quad \text{oder auch} \quad \frac{E(Y_{i,3})}{E(Y_{i,2})} = (1+\gamma_e)$$

folgt für diesen Extremfall $(1+\gamma_e)=1$ und somit $\gamma_e=0$.

(II) Der Versicherer kann *alle* der ungerechtfertigten Entschädigungsforderungen aufdecken und diese ablehnen; das heißt, dass in diesem Fall gilt

$$E(Y_{i,3})=E(Y_{i,0})$$

und aus

$$E(Y_{i,3})=E(Y_{i,0}).(1+\alpha_e).(1+\beta_e).(1+\gamma_e) \quad \text{mit } E(Y_{i,3})=E(Y_{i,0})$$

folgt

$$(1+\alpha_e).(1+\beta_e).(1+\gamma_e)=1$$

und

$$\gamma_e = \frac{1}{(1+\alpha_e).(1+\beta_e)} - 1$$

Wenn ($\alpha_e > 0$) oder/und ($\beta_e > 0$), dann gilt also immer

wegen dann $\frac{1}{(1+a_e).(1+\beta_e)} < 1$ dass $\gamma_e < 0$.

Aus den beiden Extremfällen folgt somit $\gamma_e \leq 0$. Wenn man dann weiter innerhalb des Extremfalls (II) – *alle* ungerechtfertigten Entschädigungsforderungen werden aufdeckt und diese abgelehnt – wiederum den theoretischen Extremfall betrachtet, dass die ungerechtfertigten Entschädigungsforderungen gegen unendlich gehen,

$$\alpha_e \rightarrow \infty \text{ und/oder } \beta_e \rightarrow \infty$$

dann bedeutet das

$$\frac{1}{(1+a_e).(1+\beta_e)} \rightarrow 0$$

und wegen (siehe auch schon oben) $\gamma_e = \frac{1}{(1+a_e).(1+\beta_e)} - 1$ gilt $\gamma_e \rightarrow -1$

Anhand der – schon oben aufgestellten – Formel $E(Y_{i,3}) = E(Y_{i,0}).(1+\alpha_e).(1+\beta_e).(1+\gamma_e)$ ergibt sich, dass für $\gamma_e = -1$ dann $E(Y_{i,3}) = 0$ wäre. Und da es sich bei $E(Y_{i,0})$ um den Erwartungswert der ursprünglichen, *nicht* aufgrund des moralischen Risikos *erhöhten und daher gerechtfertigten und anzuerkennenden* Entschädigungen aus dem ursprünglichen Risiko handelt, wäre das nur im hypothetischen Extremfall möglich, dass $E(Y_{i,0}) = 0$, also bei einer Versicherung an sich keine Entschädigung zu erwarten ist. Diesen Fall miteingeschlossen ergibt sich $-1 < \gamma_e \leq 0$.

3.5. Erwartungswert $E(Y_{i,\Delta})$ der im Zusammenhang mit bestimmten Ausprägungen des moralischen Risikos abgelehnten Entschädigungsforderungen

Der Erwartungswert der *überhöhten, nicht gerechtfertigten, aufgedeckten und abgelehnten Entschädigungsforderungen* $E(Y_{i,\Delta})$ ist die Differenz zwischen dem Erwartungswert der Ent-

schädigungsforderungen $E(Y_{i,2})$ und dem Erwartungswert der anerkannten Entschädigungsforderungen $E(Y_{i,3})$:

$$E(Y_{i,\Delta}) = E(Y_{i,2}) - E(Y_{i,3}),$$

Dem Erwartungswert der nicht gerechtfertigten, aufgedeckten und abgelehnten Entschädigungsforderungen $E(Y_{i,\Delta})$ zugrundeliegende Zufallsvariable der überhöhten, nicht gerechtfertigten, aufgedeckten und abgelehnten Entschädigungsforderungen $Y_{i,\Delta}$ ist beschreibbar als Wahrscheinlichkeitsverteilung der Ablehnungsbeträge hinsichtlich der einzelnen Entschädigungsforderungen $y_{i,2}$, wie sie sich aus der Zufallsvariablen $Y_{i,2}$ und deren Wahrscheinlichkeitsverteilung ergeben. $Y_{i,\Delta}$ hat somit die gleiche Anzahl von Ausprägungen wie $Y_{i,2}$, wobei für die einzelnen Ablehnungsbeträge $y_{i,\Delta}$ gilt

$$0 \leq y_{i,\Delta} \leq y_{i,2}$$

3.6. Erwartungswert $E(Z_i)$ der Aufwendungen zur Aufdeckung und Abwehr der im Zusammenhang mit bestimmten Ausprägungen des moralischen Risikos ungerechtfertigten Entschädigungsforderungen

Alle Ausprägungen des moralischen Risikos im Bereich β -Wirkung und ein Teil der Ausprägungen des moralischen Risikos im Bereich der α -Wirkung führen zu nicht gerechtfertigten, abzulehnenden Entschädigungsforderungen. Der Versicherer unternimmt Anstrengungen, solche Entschädigungsforderungen aufzudecken und abzulehnen. Die Aufwendungen hierfür sind abhängig von den möglichen Entschädigungsforderungen aus dem versicherten Risiko i und daher ebenso wie diese ($Y_{i,2}$) als Zufallsvariable – im Folgenden mit Z_i bezeichnet - darstellbar. Zwar ist z_i , das Ausmaß der Anstrengungen bzw. Aufwendungen des Versicherers zur Aufdeckung in einem einzelnen Schadenfall nicht zufällig, sondern eine Entscheidung des Versicherers, doch ist die Entscheidung davon abhängig, dass eine Entschädigungsforderung

angemeldet wurde, und diese zugrundeliegende Entschädigungsforderung ist für den Versicherer als solche zufällig – sowohl in seinem Auftreten wie auch in seiner Höhe. Und auch diese für den Versicherer zufällige Höhe wird in quantitativem Zusammenhang mit den Aufwendungen des Versicherers stehen und seine diesbezügliche Entscheidung beeinflussen, die somit indirekt ebenfalls zufallsabhängig ist, selbst wenn man vereinfachend¹ annimmt, dass konstant ein bestimmter Prozentsatz des beanspruchten Entschädigungsbetrages für die Aufdeckung angenommen wird.

Und abhängig von den Ergebnissen der Anstrengungen zu Aufdeckung ungerechtfertigter Entschädigungsforderungen sind dann die Anstrengungen bzw. Aufwendungen zur Abwehr dieser ungerechtfertigten Entschädigungsforderungen (Korrespondenz, Rechtsanwaltskosten, Verfahrensgebühren etc.), die ihrerseits deswegen wiederum partiell zufallsabhängig sind.

Die Zufallsvariable der Aufwendungen zur Aufdeckung und Abwehr im Zusammenhang mit bestimmten Ausprägungen des moralischen Risikos ungerechtfertigter Entschädigungsforderungen Z_i kann somit in zwei Zufallsvariablen zerlegt werden, die verbunden sind: in die Zufallsvariable der Aufwendungen zur Aufdeckung $Z_{i,A}$ und, wenn ein untergerechtfertigter Entschädigungsforderung aufgedeckt wurde, in die Zufallsvariable der Aufwendungen zur Abwehr $Z_{i,B}$. Diese Zufallsvariablen sind ebenso wieder als Wahrscheinlichkeitsverteilung beschreibbar, wobei die Anzahl der Ausprägungen wieder gleich ist der Anzahl der möglichen Entschädigungsforderungen gemäß der Zufallsvariablen $Y_{i,2}$.

Insgesamt ergibt sich ein Erwartungswert der Aufwendungen zur Aufdeckung und Abwehr im Zusammenhang mit bestimmten Ausprägungen des moralischen Risikos ungerechtfertigter Entschädigungsforderungen $E(Z_i)$.

¹ In der Praxis wird sich das Ausmaß der Aufwendungen des Versicherers zur Aufdeckung ungerechtfertigter, abzulehnender Entschädigungsforderungen wohl an verschiedenen von Fall zu Fall unterschiedlichen Aspekten einer Schadenmeldung orientieren (z. B. an erkennbaren „Mustern“ von Versicherungsbetrugsfällen etc.)

3.7. Erwartungswert $E(G_i)$ des durch Schadensmeldungen bedingten Gesamtaufwandes des Versicherers aus dem Risiko i

Zusammenfassend und abschließend gelangen wir nun zur *Zufallsvariablen des durch Schadensmeldungen bedingten Gesamtaufwandes des Versicherers* G_i , wiederum als Wahrscheinlichkeitsverteilung mit dem Erwartungswert $E(G_i)$ darstellbar, und es gilt

$$E(G_i) = E(Y_{i,3}) + E(Z_i)$$

Wobei nochmals darauf hinzuweisen ist, dass hier irrtümliche Entschädigungsforderungen (überhaupt von der Versicherung nicht gedeckte Schäden) nicht berücksichtigt sind.

3.8. Erwartungswert $E(D_i)$ der durch das individuelle moralische Risiko bedingten erhöhten Aufwendungen des Versicherers

Der Erwartungswert der durch das individuelle moralische Risiko bedingten erhöhten Aufwendungen des Versicherers $E(D_i)$ ergibt sich nun einfach aus der Differenz zwischen dem Erwartungswert des durch Schadensmeldungen bedingten Gesamtaufwandes des Versicherers aus dem Risiko i, also $E(G_i)$, und dem Erwartungswert der Entschädigungen vor Berücksichtigung des moralischen Risikos $E(Y_{i,0})$:

$$E(D_i) = E(G_i) - E(Y_{i,0})$$

Anmerkung: Der Erwartungswert $E(D_i)$ wurde hier als Differenz zweier anderer Erwartungswerte ermittelt. $E(D_i)$ ist aber zugleich Kenngröße für die *Zufallsvariable der durch das individuelle moralische Risiko bedingten erhöhten Aufwendungen des Versicherers* D_i , als Differenzvariable der Zufallsvariablen G_i und $Y_{i,0}$. Ein Problem ist dabei, das die Anzahl $n_{y_i,0}$ der

Ausprägungen der Zufallsvariable $Y_{i,0}$ kleiner sein kann als die Anzahl der Ausprägungen n_{gi} der Zufallsvariablen G_i (und somit auch der Anzahl der Ausprägungen n_{di} der Zufallsvariablen D_i) - und zwar dann, wenn aufgrund des moralischen Risikos zusätzliche Schadenereignisse verursacht und daraus zusätzliche Entschädigungsforderungen gestellt werden, aber auch durch verschieden wahrscheinliche mögliche Ergebnisse der Prüfung seitens des Versicherers: $n_{yi,0} \leq n_{gi}$.

Aus dem Verhältnis des Erwartungswertes der durch das individuelle moralische Risiko bedingten erhöhten Aufwendungen des Versicherers $E(D_i)$ zum Erwartungswert der Entschädigungen vor Berücksichtigung des moralischen Risikos $E(Y_{i,0})$ ergibt sich nun die Kenngröße δ zur Quantifizierung des relativen Gesamtrisikos des Versicherers aus dem individuellen moralischen Risiko:

$$\delta = \frac{E(D_i)}{E(Y_{i,0})}$$

Diese Kenngröße kann auch gewonnen werden aus dem Verhältnis des Erwartungswertes des durch Schadensmeldungen bedingten Gesamtaufwandes des Versicherers aus dem Risiko i $E(G_i)$ zum Erwartungswert der Entschädigungen vor Berücksichtigung des moralischen Risikos $E(Y_{i,0})$:

$$\frac{E(G_i)}{E(Y_{i,0})} = (1 + \delta)$$

Wegen $E(D_i) = E(G_i) - E(Y_{i,0})$ bzw. $E(G_i) = E(Y_{i,0}) + E(D_i)$ ergibt sich

$$\frac{E(G_i)}{E(Y_{i,0})} = \frac{E(Y_{i,0}) + E(D_i)}{E(Y_{i,0})} = 1 + \frac{E(D_i)}{E(Y_{i,0})} = (1 + \delta) \quad \text{und also wiederum} \quad \delta = \frac{E(D_i)}{E(Y_{i,0})}.$$

4. Quantifizierung des „Gesamtrisikos des Versicherers aus dem moralischen Risiko“ anhand eines Berechnungsbeispiels mit weiteren Differenzierungen

Im Folgenden sollen die Ergebnisse und Strukturen der Analyse in einem konkreten Berechnungsbeispiel nachvollzogen und die Quantifizierung des Gesamtrisikos des Versicherers aus dem moralischen Risiko gezeigt werden, wobei im Zuge dessen noch weitere, zusätzliche Differenzierungen vorgenommen werden.

4.1. Ausgangssituation

Das Risiko i des Versicherungsnehmers vor Berücksichtigung des moralischen Risikos sei als Zufallsvariable $X_{i,0}$ mit der Schaden-Wahrscheinlichkeitsverteilung gemäß Tabelle 10 gegeben (Beträge z. B. in EUR 1.000,-):

$X_{i,0}$ Schäden vor Berücksichtigung des moralischen Risikos	
Beträge	Wahrscheinlichkeiten
$x_{i,0}$	$p(x_{i,0})$
0	0,97
40	0,02
70	0,01

Tabelle 10: Wahrscheinlichkeitsverteilung der Schäden aus dem Risiko i vor Berücksichtigung des moralischen Risikos (Quantifizierungsbeispiel)

Der Schadenerwartungswert vor Berücksichtigung des moralischen Risikos für den Versicherungsnehmer beträgt somit

$$E(X_{i,0}) = 0 \cdot 0,97 + 40 \cdot 0,02 + 70 \cdot 0,01 = 1,5$$

Für dieses Risiko sei eine Erstrisikoversicherung mit einer Versicherungssumme von 65 abgeschlossen worden. Daraus ergibt sich die Zufallsvariable $Y_{i,0}$ der Entschädigungen vor Berücksichtigung des moralischen Risikos mit der Wahrscheinlichkeitsverteilung gemäß Tabelle 11.

$Y_{i,0}$ Entschädigungen vor Berücksichtigung des moralischen Risikos			
Beträge		Wahrscheinlichkeiten	
$[x_{i,0} \rightarrow]$	$y_{i,0}$	$[p(x_{i,0}) \rightarrow]$	$p(y_{i,0})$
$[0 \rightarrow]$	0	$[0,97 \rightarrow]$	0,97
$[40 \rightarrow]$	40	$[0,02 \rightarrow]$	0,02
$[70 \rightarrow]$	65	$[0,01 \rightarrow]$	0,01

Tabelle 11: Wahrscheinlichkeitsverteilung der Entschädigungen aus dem Risiko i vor Berücksichtigung des moralischen Risikos (Quantifizierungsbeispiel)

Der Entschädigungserwartungswert vor Berücksichtigung des moralischen Risikos beträgt

$$E(Y_{i,0}) = 0 \cdot 0,97 + 40 \cdot 0,02 + 65 \cdot 0,01 = 1,45$$

Aus einem Vergleich von Entschädigungserwartungswert und Schadenerwartungswert vor Berücksichtigung des moralischen Risikos ergibt sich erwartungswertbezogene Intensität:

$$v_0 = \frac{E(Y_{i,0})}{E(X_{i,0})} = \frac{1,45}{1,5} = 0,966666..$$

4.2. α -Wirkung des moralischen Risikos

Nehmen wir nun an, wegen des moralischen Risikos aufgrund des Abschlusses des Versicherungsvertrags erhöhen sich die möglichen Schadenbeträge um 20 % und die Schadeneintrittswahrscheinlichkeiten um 10 %. Zusätzlich komme es mit der Wahrscheinlichkeit von 0,01 zur absichtlichen Herbeiführung eines Schadens in Höhe von 60 in betrügerischer Absicht. Daraus ergibt sich nun die Zufallsvariable $X_{i,1}$ der Schadenbeträge nach Berücksichtigung des moralischen Risikos mit der in Tabelle 12 dargestellten Wahrscheinlichkeitsverteilung.

$X_{i,1}$ Schäden nach Berücksichtigung des moralischen Risikos, vor Meldung			
Beträge		Wahrscheinlichkeiten	
$[x_{i,0} \rightarrow]$	$x_{i,1}$	$[p(x_{i,0}) \rightarrow]$	$p(x_{i,1})$
$[0 \rightarrow]$	0	$[0,97 \rightarrow]$	0,957
$[40 \rightarrow]$	48	$[0,02 \rightarrow]$	0,022
$[0 \rightarrow]$	60	$[0,00 \rightarrow]$	0,010
$[70 \rightarrow]$	84	$[0,01 \rightarrow]$	0,011

Tabelle 12: Wahrscheinlichkeitsverteilung der Schäden aus dem Risiko i nach Berücksichtigung des moralischen Risikos, vor Meldung (Quantifizierungsbeispiel)

Der Schadenerwartungswert nach Berücksichtigung des moralischen Risikos beträgt

$$E(X_{i,1}) = 0 \cdot 0,957 + 48 \cdot 0,022 + 60 \cdot 0,01 + 84 \cdot 0,011 = 2,58$$

Für die Zufallsvariable Y_i , der rechnerischen Entschädigungen nach Berücksichtigung des moralischen Risikos, aber vor Prüfung durch den Versicherer, ergibt sich daher die Wahrscheinlichkeitsverteilung wie in Tabelle 13.

Y _{i,1} Entschädigungen nach Berücksichtigung des moralischen Risikos, vor Meldung, vor Prüfung			
Beträge		Wahrscheinlichkeiten	
[X _{i,0} →X _{i,1} →]	y _{i,1}	[p(x _{i,0})→p(x _{i,1})→]	p(y _{i,1})
[0→0→]	0	[0,97→0,957→]	0,957
[40→48→]	48	[0,02→0,022→]	0,022
[0→60→]	60	[0,00→0,010→]	0,010
[70→84→]	65	[0,01→0,011→]	0,011

Tabelle 13: Wahrscheinlichkeitsverteilung der Entschädigungen aus dem Risiko i nach Berücksichtigung des moralischen Risikos, vor Meldung, vor Prüfung (Quantifizierungsbeispiel)

Der Entschädigungserwartungswert nach Berücksichtigung des moralischen Risikos beträgt

$$E(Y_{i,1}) = 0 \cdot 0,957 + 48 \cdot 0,022 + 60 \cdot 0,01 + 65 \cdot 0,011 = 2,371$$

Aus einem Vergleich von Entschädigungserwartungswert und Schadenerwartungswert nach Berücksichtigung des moralischen Risikos, aber vor Schadensmeldung und vor Prüfung durch den Versicherer, ergibt sich die erwartungswertbezogene Intensität:

$$v_1 = \frac{E(Y_{i,1})}{E(X_{i,1})} = \frac{2,371}{2,58} = 0,918992..$$

Das Verhältnis von Entschädigungserwartungswert und Schadenerwartungswert vor Berücksichtigung des moralischen Risikos ist also größer als nach Berücksichtigung des moralischen Risikos: $v_0 > v_1$, konkret $0,966666.. > 0,918992..$. Diese Verringerung ist hier auf die Versicherungsform der Erstrisikoversicherung zurückzuführen. (Bei einer unbegrenzten Interessenversicherung mit einer absoluten Abzugsfranchise wären die Verhältnisse umgekehrt.) Das zeigt sich auch an der geringeren α -Wirkung des moralischen Risikos auf den Entschädigungserwartungswert im Vergleich zur α -Wirkung auf den Schadenerwartungswert:

Die α -Wirkung des moralischen Risikos auf den Schadenerwartungswert ergibt sich aus

$$E(X_{i,1})=E(X_{i,0}) \cdot (1+\alpha_s) \text{ oder}$$

$$\frac{E(X_{i,1})}{E(X_{i,0})} = \frac{2,58}{1,5} = 1,72 = (1+\alpha_s) \text{ und daher } \alpha_s=0,72.$$

Die α -Wirkung des moralischen Risikos auf den Entschädigungserwartungswert ergibt sich aus

$$E(Y_{i,1})=E(Y_{i,0}) \cdot (1+\alpha_e) \text{ oder}$$

$$\frac{E(Y_{i,1})}{E(Y_{i,0})} = \frac{2,371}{1,45} = 1,635172.. = (1+\alpha_e) \text{ und daher } \alpha_e=0,635172..$$

Somit also $\alpha_s > \alpha_e$.

4.3. β -Wirkung des moralischen Risikos

Es wird nun weiters angenommen, dass sich auch das Schadenmeldeverhalten aufgrund des moralischen Risikos verändert, und zwar seien die gemeldeten Schadenbeträge um 15 % überhöht (gilt nicht für den in betrügerischer Absicht herbeigeführten Schaden von 60). Zusätzlich werde mit der Wahrscheinlichkeit 0,025 aufgrund einer wahrheitswidrigen Darstellung eines Schadensereignisses, das an sich nicht durch die Versicherung gedeckt ist, dem Versicherer ein Schaden von 30 gemeldet. Daraus ergibt sich für die Zufallsvariable der gemeldeten Schäden $X_{i,2}$ die Wahrscheinlichkeitsverteilung gemäß Tabelle 14.

X _{i,2} gemeldete Schäden			
Beträge		Wahrscheinlichkeiten	
[X _{i,0} →X _{i,1} →]	x _{i,2}	[p(x _{i,0})→p(x _{i,1})→]	p(x _{i,2})
[0→0→]	0	[0,97→0,957→]	0,932
[0→0→]	30	[0,00→0,00→]	0,025
[40→48→]	55,2	[0,02→0,022→]	0,022
[0→60→]	60	[0,00→0,010→]	0,010
[70→84→]	96,6	[0,01→0,011→]	0,011

Tabelle 14: Wahrscheinlichkeitsverteilung der gemeldeten Schäden aus dem Risiko i, vor Prüfung (Quantifizierungsbeispiel)

Der Erwartungswert der gemeldeten Schäden beträgt nun

$$E(X_{i,2})=0*0,932+30*0,025+55,2*0,022+60*0,01+96,6*0,011=3,627$$

Für die Zufallsvariable Y_{i,2} der Entschädigungsforderungen aufgrund der zugrundeliegenden Versicherung ist dann die Wahrscheinlichkeitsverteilung in Tabelle 15 wiedergegeben.

Y _{i,2} beanspruchte Entschädigungen (Schadersatzansprüche)			
Beträge		Wahrscheinlichkeiten	
[X _{i,0} →X _{i,1} →X _{i,2} →]	y _{i,2}	[p(x _{i,0})→p(x _{i,1})→p(x _{i,2})→]	p(y _{i,2})
[0→0→0→]	0	[0,97→0,957→0,932→]	0,932
[0→0→30→]	30	[0,00→0,00→0,025→]	0,025
[40→48→55,2→]	55,2	[0,02→0,022→0,022→]	0,022
[0→60→60→]	60	[0,00→0,010→0,010→]	0,010
[70→84→96,6→]	65	[0,01→0,011→0,011→]	0,011

Tabelle 15: Wahrscheinlichkeitsverteilung der Entschädigungsforderungen aus dem Risiko i, vor Prüfung (Quantifizierungsbeispiel)

Der Erwartungswert der beanspruchten Entschädigungen oder Entschädigungsforderungen

$$E(Y_{i,2}) = 0 \cdot 0,932 + 30 \cdot 0,025 + 55,2 \cdot 0,022 + 60 \cdot 0,01 + 65 \cdot 0,011 = 3,2794$$

Aus einem Vergleich von Erwartungswert der gemeldeten Schäden und des Erwartungswertes der Entschädigungsforderungen ergibt sich die erwartungswertbezogene Intensität

$$v_2 = \frac{E(Y_{i,2})}{E(X_{i,2})} = \frac{3,2794}{3,627} = 0,904163..$$

Die β -Wirkung des moralischen Risikos im Hinblick auf die gemeldeten Schäden ergibt sich

$$\text{aus } E(X_{i,2}) = E(X_{i,1}) \cdot (1 + \beta_s) \text{ bzw.}$$

$$\frac{E(X_{i,2})}{E(X_{i,1})} = \frac{3,627}{2,58} = 1,405813.. = (1 + \beta_s) \text{ und daher } \beta_s = 0,405813..$$

Die β -Wirkung des moralischen Risikos im Hinblick auf die beanspruchten Entschädigungen (Entschädigungsforderungen) Schäden ergibt sich

$$\text{aus } E(Y_{i,2}) = E(Y_{i,1}) \cdot (1 + \beta_e) \text{ bzw.}$$

$$\frac{E(Y_{i,2})}{E(Y_{i,1})} = \frac{3,2794}{2,371} = 1,383129.. = (1 + \beta_e) \text{ und daher } \beta_e = 0,383129..$$

4.4. γ -Wirkungen der Maßnahmen des Versicherers

Nehmen wir nun weiter an, dass nach Prüfung des Versicherers die einzelnen Entschädigungsforderungen $y_{i,2}$ wie folgt anerkannt werden bzw. sich im Streitfall nach einem Gerichtsverfahren ergeben (zur Vereinfachung werde angenommen, dass die Erhöhung von Schadeneintrittswahrscheinlichkeiten aufgrund des moralischen Risiko generell vom Versicherer nicht

aufgedeckt wird; das ist übrigens wohl auch in der Praxis im Hinblick auf das *Einzelrisiko* kaum möglich):

- a) Bei der Entschädigungsforderung von 30 wird die unrichtige Darstellung des Schadensereignisses mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,4 aufgedeckt. Da es sich um einen Grenz- und Härtefall handelt, ist aber der Versicherer dann bereit, im Kulanzweg 10 an Schadenvergütung zu leisten.
- b) Bei der Entschädigungsforderung von 55,2 liegt hinsichtlich der α -Wirkung des moralischen Risikos eine betragsmäßige Risikoerhöhung vor, die aber die Versicherungsdeckung nicht tangiert und zu keinen Konsequenzen führt. Die betragsmäßig überhöhte Schadensmeldung (β -Wirkung) wird mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,7 erkannt und führt dann zu einer Ablehnung.
- c) Der absichtlich in betrügerischer Absicht herbeigeführte und gemeldete Schaden von 60 wird mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,8 aufgedeckt und der Entschädigungsforderung dann zur Gänze abgelehnt.
- d) Bei der Entschädigungsforderung von 65 liegt hinsichtlich der α -Wirkung des moralischen Risikos eine betragsmäßige Risikoerhöhung zugrunde, die aber die Versicherungsdeckung nicht tangiert und zu keinen Konsequenzen führt. Ob die betragsmäßig überhöhte Schadensmeldung (β -Wirkung) von insgesamt 96,6 als solche erkannt wird oder nicht, hat hier keine Auswirkung auf den Betrag der Schadenvergütung, die nur die (darunter liegende) Versicherungssumme von 65 ist.

Dies ergibt die Zufallsvariable $Y_{i,3}$ der anerkannten Entschädigungsforderungen mit der Wahrscheinlichkeitsverteilung wie in Tabelle 16 (vor der Ordnung nach der Größe der Ausprägungen) bzw. Tabelle 17 (geordnet).

Y _{i,3} anerkannte beanspruchte Entschädigungen (anerkannte Schadersatzansprüche)			
Beträge		Wahrscheinlichkeiten	
[x _{i,0} →x _{i,1} →x _{i,2} →y _{i,2} →]	y _{i,3}	[p(x _{i,0}) → p(x _{i,1})→ p(x _{i,2})→ p(y _{i,2})→]	p(y _{i,3})
[0→0→0→0]	0	[0,97→0,957→0,932→ 0,932→]	0,932
[0→0→30→30→]	30	[0,00→0,00→0,025→0,025→]	0,015
	10		0,010
[40→48→55,2→55,2→]	55,2	[0,02→0,022→0,022→ 0,022→]	0,0066
	48		0,0154
[0→60→60→60→]	60	[0,00→0,010→ 0,010→ 0,010→]	0,002
	0		0,008
[70→84→96,6→65→]	65	[0,01→0,011→0,011→0,011→]	0,011

Tabelle 16: Wahrscheinlichkeitsverteilung (ungeordnet) der anerkannten beanspruchten Entschädigungen (anerkannten Schadersatzansprüche) aus dem Risiko i (Quantifizierungsbeispiel)

Y _{i,3} anerkannte beanspruchte Entschädigungen (anerkannte Schadersatzansprüche)	
Beträge	Wahrscheinlichkeiten
y _{i,3}	p(y _{i,3})
0	0,94
10	0,010
30	0,015
48	0,0154
55,2	0,0066
60	0,002
65	0,011

Tabelle 17: Wahrscheinlichkeitsverteilung (geordnet) der anerkannten beanspruchten Entschädigungen (anerkannten Schadersatzansprüche) aus dem Risiko i (Quantifizierungsbeispiel)

Der Erwartungswert der anerkannten Entschädigungsforderungen bzw. geleisteten Schadenvergütungen ist

$$E(Y_{i,3}) = 0 \cdot 0,94 + 10 \cdot 0,010 + 30 \cdot 0,015 + 48 \cdot 0,0154 + 55,2 \cdot 0,0066 + 60 \cdot 0,002 + 65 \cdot 0,011 \\ = 2,48852$$

Die Auswirkungen der Maßnahmen des Versicherers lassen sich nun quantifizieren

$$\text{aus } E(Y_{i,3}) = E(Y_{i,2}) \cdot (1 + \gamma_e) \text{ bzw.}$$

$$\frac{E(Y_{i,3})}{E(Y_{i,2})} = \frac{2,4882}{3,2794} = 0,758736.. = (1 + \gamma_e) \text{ und daher } \gamma_e = -0,241263..$$

Betrachtet man die möglichen Werte von γ_e , nämlich $-1 < \gamma_e \leq 0$, dann bedeutet dies, dass im vorliegenden Beispiel die Auswirkung der Maßnahmen des Versicherers vergleichsweise gering ist. Das sollte aber ohne weiteres nicht dahingehend interpretiert werden, dass etwa die Maßnahmen des Versicherers zur Aufdeckung und Ablehnung unzureichend oder ineffizient wären. Denn um das zu beurteilen, müsste hier und auch allgemein die diese Auswirkungen kennzeichnende Variable γ_e differenziert werden: Denn manche α -Wirkungen des moralischen Risikos können ja, selbst wenn sie aufgedeckt werden, nicht zu einer Ablehnung der nun deswegen höheren Entschädigungsforderungen führen (z. B. Fahrlässigkeit in der Haftpflichtversicherung). Davon sollten jene α -Wirkungen des moralischen Risikos, die bei Aufdeckung zu einer Ablehnung der deswegen höheren Entschädigungsforderungen führen, sowie alle aufgrund der β -Wirkung des moralischen Risikos höheren Entschädigungsforderungen gesondert gesehen werden.

Als Differenzvariable zwischen der Zufallsvariablen der gestellten Entschädigungsforderungen $Y_{i,2}$ und der Zufallsvariablen der anerkannten Entschädigungsforderungen $Y_{i,3}$ ergibt sich die Zufallsvariable der überhöhten, nicht gedeckten, aufgedeckten und dann abgelehnten Entschädigungsforderungen $Y_{i,\Delta}$ mit der in Tabelle 18 (ungeordnet) bzw. Tabelle 19 (geordnet) wiedergegebenen Wahrscheinlichkeitsverteilung.

$Y_{i,\Delta}$			
Zufallsvariable der abgelehnten Entschädigungs-/Entschädigungsforderungen			
Beträge			Wahrscheinlichkeiten
$y_{i,\Delta}$			$p(y_{i,\Delta})$
$[y_{i,2}-y_{i,3}=]$		$y_{i,\Delta}$	
$[y_{i,2}]$	$[-y_{i,3}]$		
[0]	[-0]	0	0,932
[30]	[-30]	0	0,015
	[-10]	20	0,010
[55,2]	[-55,2]	0	0,0066
	[-48]	7,2	0,0154
[60]	[-60]	0	0,002
	[-0]	60	0,008
[65]	[-65]	0	0,011

Tabelle 18: Wahrscheinlichkeitsverteilung (ungeordnet) der abgelehnten Entschädigungs-/Entschädigungsforderungen aus dem Risiko i (Quantifizierungsbeispiel)

$Y_{i,\Delta}$	
abgelehnte Entschädigungs-/Entschädigungsforderungen	
Beträge	Wahrscheinlichkeiten
$y_{i,\Delta}$	$p(y_{i,\Delta})$
0	0,9666
7,2	0,0154
20	0,010
60	0,008

Tabelle 19: Wahrscheinlichkeitsverteilung (geordnet) der abgelehnten Entschädigungs-/Entschädigungsforderungen aus dem Risiko i (Quantifizierungsbeispiel)

Der Erwartungswert der nicht gerechtfertigten, aufgedeckten und abgelehnten Entschädigungsforderungen ist dann

$$E(Y_{i,A})=0*0,9666+7,2*0,0154+20*0,010+60*0,008=0,79088$$

Die Probe über die Differenz der Erwartungswerte bestätigt das Ergebnis:

$$E(Y_{i,2})-E(Y_{i,3})=3,2794-2,48852=0,79088$$

Unter Heranziehung der α -Wirkung und der β -Wirkung des moralischen Risikos sowie nun der Wirkungen der Maßnahmen des Versicherers γ_e lässt sich das moralische Risiko für den Versicherer auf Basis der Erwartungswerte auch folgendermaßen analysieren und quantifizieren:

$$E(Y_{i,3})=E(Y_{i,0}).(1+\alpha_e).(1+\beta_e).(1+\gamma_e)$$

$$2,48852=1,45.(1+0,635172..).(1+0,383129..).(1-0,241263..)$$

4.5. Aufwendungen des Versicherers für Aufdeckung und Abwehr

Nehmen wir – sehr stark vereinfachend - an, die Aufwendungen zur Aufdeckung von allfällig ungerechtfertigten Entschädigungsforderungen betragen jeweils 10 % jeder gestellten Entschädigungsforderung. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen $Z_{i,A}$ der Aufwendungen zur Aufdeckung im Zusammenhang mit bestimmten Ausprägungen des moralischen Risikos ungerechtfertigter Entschädigungsforderungen ergibt sich dann aus der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Entschädigungsforderungen zu $Y_{i,2}$, wie in Tabelle 20 gezeigt.

$Z_{i,A}$			
Aufwendungen zur Aufdeckung ungerechtfertigter Entschädigungsforderungen			
Beträge		Wahrscheinlichkeiten	
$[y_{i,2} \rightarrow]$	$Z_{i,A}$	$[p(y_{i,2}) \rightarrow]$	$p(Z_{i,A})$
$[0 \rightarrow]$	0	$[0,932 \rightarrow]$	0,932
$[30 \rightarrow]$	3	$[0,025 \rightarrow]$	0,025
$[55,2 \rightarrow]$	5,52	$[0,022 \rightarrow]$	0,022
$[60 \rightarrow]$	6	$[0,010 \rightarrow]$	0,010
$[65 \rightarrow]$	6,5	$[0,011 \rightarrow]$	0,011

Tabelle 20: Wahrscheinlichkeitsverteilung der Aufwendungen zur Aufdeckung ungerechtfertigter Entschädigungsforderungen aus dem Risiko i (Quantifizierungsbeispiel)

Der Erwartungswert der Aufwendungen zur Aufdeckung im Zusammenhang mit bestimmten Ausprägungen des moralischen Risikos ungerechtfertigter Entschädigungsforderungen aus dem versicherten Risiko i beträgt dann

$$E(Z_{i,A}) = 0 \cdot 0,932 + 3 \cdot 0,025 + 5,52 \cdot 0,022 + 6 \cdot 0,010 + 6,5 \cdot 0,011 = 0,32794$$

Nehmen wir – wiederum sehr stark vereinfachend - an, die Aufwendungen zur Abwehr von ungerechtfertigten und bereits aufgedeckten Entschädigungsforderungen betragen jeweils 20 % des überhöhten Betrages; bei Kulanzleistungen aber nur 5 %, die dann zum Betrag der Kulanzleistung hinzukommen, beim Entschädigungsforderung von 96,6 erfolge keine Abwehrmaßnahme, da die Beschränkung durch die Versicherungssumme ohnehin die Entschädigung um mehr als die Überhöhung kürzt. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen $Z_{i,B}$ der Aufwendungen zur Abwehr im Zusammenhang mit bestimmten Ausprägungen des moralischen Risikos ungerechtfertigter Entschädigungsforderungen ergibt sich dann aus der Genese der Wahrscheinlichkeitsverteilung der anerkannten Entschädigungsforderungen zu $Y_{i,3}$, wie das in Tabelle 21 nachvollzogen werden kann, die geordnete und übersichtliche Wahrscheinlichkeitsverteilung ist dann in Tabelle 22 dargestellt.

Z _{i,B}					
Aufwendungen zur Abwehr ungerechtfertigter, aufgedeckter Entschädigungsforderungen					
Beträge			Wahrscheinlichkeiten		
[x _{i,0} →x _{i,1} →x _{i,2} →y _{i,2} →]	[y _{i,3} →]	Z _{i,B}	[p(x _{i,0})→p(x _{i,1}) →p(x _{i,2})→p(y _{i,2})→]	[p(y _{i,3})→]	p(z _{i,B})
[0→0 →0→0]	[0→]	0	[0,97→0,957 →0,932→0,932→]	[0,932→]	0,932
[0→0 →30→30→]	[30→]	0	[0,00→0,00 →0,025→0,025→]	[0,015→]	0,015
	[10→]	1,5		[0,010→]	0,010
[40→48 →55,2→55,2→]	[55,2→]	0	[0,02→0,022 →0,022→0,022→]	[0,0066→]	0,0066
	[48→]	1,44		[0,0154→]	0,0154
[0→60 →60→60→]	[60→]	0	[0,00→0,010 →0,010→0,010→]	[0,002→]	0,002
	[0→]	12		[0,008→]	0,008
[70→84 →96,6→65→]	[65→]	0	[0,01→0,011 →0,011→0,011→]	[0,011→]	0,011

Tabelle 21: Wahrscheinlichkeitsverteilung (ungeordnet) der Aufwendungen zur Abwehr ungerechtfertigter, aufgedeckter Entschädigungsforderungen aus dem Risiko i (Quantifizierungsbeispiel)

Z _{i,B}	
Aufwendungen zur Abwehr ungerechtfertigter, aufgedeckter Entschädigungsforderungen	
Beträge	Wahrscheinlichkeiten
Z _{i,B}	p(z _{i,B})
0	0,9666
1,5	0,010
1,44	0,0154
12	0,008

Tabelle 22: Wahrscheinlichkeitsverteilung (geordnet) der Aufwendungen zur Abwehr ungerechtfertigter, aufgedeckter Entschädigungsforderungen aus dem Risiko i (Quantifizierungsbeispiel)

Der Erwartungswert der Aufwendungen zur Abwehr aufgedeckter, ungerechtfertigter Entschädigungsforderungen beträgt demnach

$$E(Z_{i,B})=0*0,9666+1,5*0,010+1,44*0,0154+12*0,008=0,133176$$

4.6. Gesamtrisiko des Versicherers

Nun können wir die letztlich gesuchte Zufallsvariable G_i des durch Schadensmeldungen bedingten Gesamtaufwandes des Versicherers für das Risiko i mit Berücksichtigung des moralischen Risikos und mit Berücksichtigung der Aufwendungen zur Abwehr ungerechtfertigter, aufgedeckter Entschädigungsforderungen aus dem Risiko i (vgl. Definition) mit der Wahrscheinlichkeitsverteilung in Tabelle 23 darstellen:

G _i durch Schadensmeldungen bedingter Gesamtaufwand des Versicherers für das Risiko i mit Berücksichtigung des moralischen Risikos						
Beträge				Wahrscheinlichkeiten		
g _i				p(g _i)		
[x _{i,0} → x _{i,1} → x _{i,2} → y _{i,2} →]	[y _{i,3}]	[y _{i,3} +z _{i,A} +z _{i,B} =]	g _i	[p(x _{i,0})→p(x _{i,1})→p(x _{i,2}) →p(y _{i,2})→]	[p(y _{i,3})]	p(g _i)
[0→0 →0→0]	[0]	[0+0+0=]	0	[0,97→0,957 →0,932 →0,932→]	[0,932]	0,932
[0→0 →30→30→]	[30]	[30+3+0=]	33	[0,00→0,00 →0,025 →0,025→]	[0,015]	0,015
	[10]	[10+3+1,5]	14,5		[0,010]	0,010
[40→48 →55,2 →55,2→]	[55,2]	[55,2+5,52+0=]	60,72	[0,02→0,022 →0,022 →0,022→]	[0,0066]	0,0066
	[48]	[48+5,52+1,44=]	54,96		[0,0154]	0,0154
[0→60 →60→60→]	[60]	[60+6+0=]	66	[0,00→0,010 →0,010 →0,010→]	[0,002]	0,002
	[0]	[0+6+12=]	18		[0,008]	0,008
[70→84 →96,6→65→]	[65]	[65+6,5+0=]	71,5	[0,01→0,011 →0,011 →0,011→]	[0,011]	0,011

Tabelle 23: Wahrscheinlichkeitsverteilung (ungeordnet) des durch Schadensmeldungen bedingten Gesamtaufwandes des Versicherers für das Risiko i (Quantifizierungsbeispiel)

Der entsprechende Erwartungswert der Gesamtaufwendungen ist nun

$$E(G_i) = 0 \cdot 0,932 + 33 \cdot 0,015 + 14,5 \cdot 0,010 + 60,72 \cdot 0,0066 + 54,96 \cdot 0,0154 + 66 \cdot 0,002 + 18 \cdot 0,008 + 71,5 \cdot 0,011 = 2,949636$$

Die Überprüfung kann wieder über die entsprechenden Erwartungswerte erfolgen:

$$E(G_i) = E(Y_{i,3}) + E(Z_{i,A}) + E(Z_{i,B}) = 2,48852 + 0,32794 + 0,133176 = 2,949636$$

4.7. Differenz aufgrund des moralischen Risikos

Der Erwartungswert $E(D_i)$ der gesamten durch das moralische Risiko bedingten Aufwendungen des Versicherers aus dem versicherten Risiko i lässt sich als Differenz über die schon ermittelten Erwartungswerte des Gesamtaufwandes $E(G_i)$ und des Erwartungswertes $E(Y_{i,0})$ der Entschädigungen vor Berücksichtigung des moralischen Risikos errechnen:

$$E(D_i) = E(G_i) - E(Y_{i,0}) = 2,949636 - 1,45 = 1,499636$$

Und damit lässt sich nun die Kenngröße δ zur Quantifizierung des relativen Gesamtrisikos des Versicherers aus dem individuellen moralischen Risiko:

$$\delta = \frac{E(D_i)}{E(Y_{i,0})} = \frac{1,499636}{1,45} = 1,034231724$$

Das heißt also, dass es - bezogen auf den Entschädigungserwartungswert vor Berücksichtigung des moralischen Risikos - im Beispiel zu einer Erhöhung um etwas mehr als 103 % kommt. (Dieser vielleicht irritierend hohe Wert ist lediglich bedingt durch die ganz willkürlichen, einfachen zahlenmäßigen Annahmen für das Berechnungsbeispiel, die sich nicht auf empirische Daten stützen.) Zu erinnern ist daran, dass dieser Wert auch die zwar durch die Schadensmeldungen bedingten und daher zufallsabhängigen, aber vom Versicherer im Beispiel dann betragsmäßig festgesetzten bzw. feststehenden Aufwendungen zur Prüfung von Schadensmeldungen im Hinblick auf das moralische Risiko enthält. Es ist aber durchaus möglich, auch eine Kennzahl ${}_r\delta$ ohne diese Aufwendungen zu bilden:

$${}_r\delta = \frac{E(D_i) - E(Z_{i,A})}{E(Y_{i,0})} = \frac{1,499636 - 0,32794}{1,45} = 0,808066..$$

Etwas über 80 % beträgt also in unserem Rechenbeispiel die durch das moralische Risiko bedingte Erhöhung des Erwartungswertes der Aufwendungen des Versicherers ohne Berücksichtigung der Aufwendungen zur Prüfung/Aufdeckung, aber mit Berücksichtigung der Aufwendungen zur Abwehr.

5. Zusammenfassung, Beschränkungen und Erweiterungen

Im vorliegenden Beitrag wurde das durch das moralische Risiko bedingte Gesamtrisiko des Versicherers in einer mehrstufigen Analyse zergliedert und unter Berücksichtigung von Versicherungsformen sowie von Aufwendungen und Wirkungen der Prüfungs- und Abwehrmaßnahmen des Versicherers quantifiziert und mit Kenngrößen beschrieben.

Dabei wurde eine Reihe von vereinfachenden Annahmen zur Komplexitätsreduktion getroffen. Die Aufhebung oder Modifikation dieser Annahmen eröffnet Raum für die Weiterentwicklung und Erweiterung des Modells, wodurch eine stärkere Annäherung an Praxis und Realität der Versicherungswirtschaft gewonnen werden kann. Im Einzelnen sind dies folgende Punkte bzw. Bereiche:

- Es wurde zunächst nur mit diskreten Zufallsvariablen mit ganz einfachen Wahrscheinlichkeitsverteilungen operiert. Man könnte nun – unter Vernachlässigung der Euro-Cent-Sprünge – bei den Schadensvariablen $X_{i,0}$ und den daraus weiter abgeleiteten Variablen nun quasi-stetige Zufallsvariable mit Dichtefunktionen und deren Implikationen untersuchen.
- Unter Heranziehung empirischen Datenmaterials (Statistiken von Versicherern, anonyme Kundenbefragungen etc.) könnten realitätsnähere Annahmen zum Verhalten von Versicherungsnehmern im Hinblick auf das moralische Risiko getroffen werden (nach α -Wirkung und β -Wirkung getrennt) und dann die entsprechenden Zufallsvariablen $X_{i,1}$, $Y_{i,1}$ usw. entwickelt werden.
- Auf der Basis empirischen Datenmaterials könnten realitätsnähere Annahmen hinsichtlich der Aufwendungen der Versicherer zur Aufdeckung bzw. Abwehr von überhöhten Ent-

schädigungsforderungen getroffen werden, die dann in die entsprechenden Zufallsvariablen $Z_{i,A}$ und $Z_{i,B}$ eingehen.

- Es könnte eine Differenzierung nach Produkten bzw. Produktbereiche (Leben-, Kranken-, Schaden- und Unfallversicherung, mit weiteren Unterteilungen) im Hinblick auf spezifische Ausprägungen von moralischem Risiko, spezifischen Aufwendungen zur Aufdeckung und Abwehr überhöhter Ansprüche etc. vorgenommen werden.
